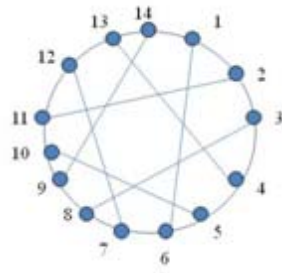


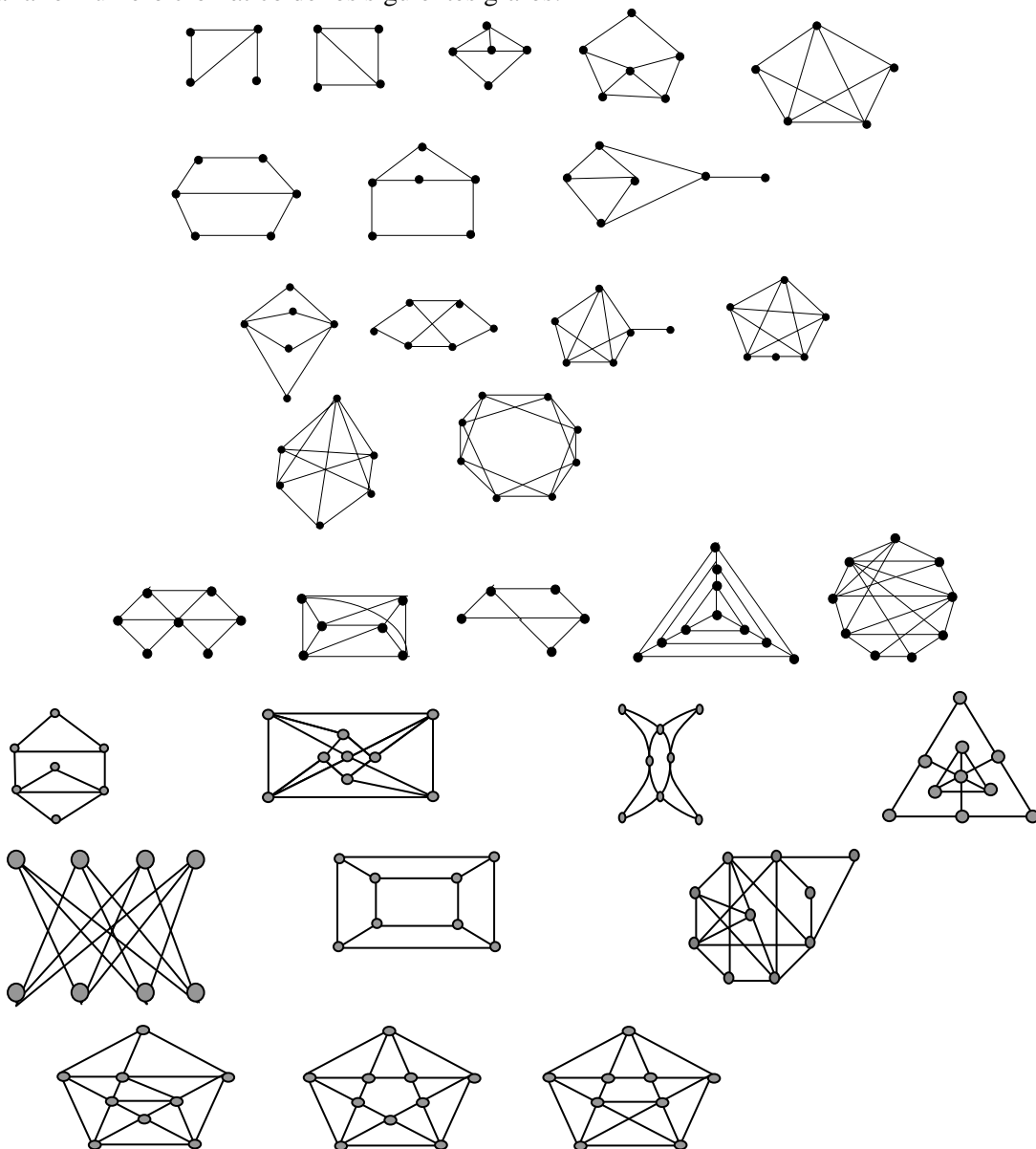
## COLORACIÓN DE GRAFOS

7) Demostrar que el grafo de Heawood, mostrado en la figura, no es planar.

**Solución:**

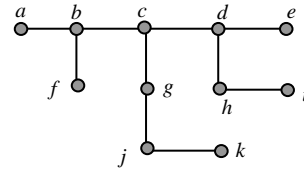
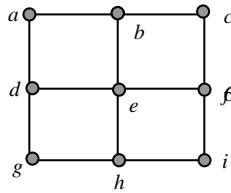
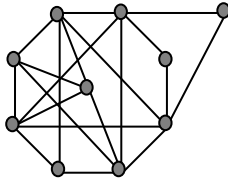
En el grafo de Heawood se considera el subgrafo  $H = G - \{1, 8\}$  en el que se suprimen los vértices  $\{2, 6, 14, 3, 7, 9\}$  que tienen grado 2 resultando así el grafo  $K_{3,3}$  formado por los vértices  $\{4, 5, 10, 11, 12, 13\}$ .

11) Hallar el número cromático de los siguientes grafos:



**Solución:**  $\{3, 3, 3, 3, 4\}$ ,  $\{2, 3, 3\}$ ,  $\{2, 2, 4, 4\}$ ,  $\{4, 4\}$ ,  $\{3, 3, 2, 4, 4\}$ ,  $\{3, 3, 3, 4\}$ ,  $\{2, 2, 3\}$ ,  $\{4, 4, 4\}$

- 12) Hallar conjuntos independientes maximales de distinto tamaño en cada uno de los grafos siguientes. ¿Cuál es el número de independencia de cada grafo?



**Solución:**

- a) conjuntos independientes maximales  $\{a, c, e, g, j\}, \{b, d, h, i\}, \{f\} \Rightarrow \beta(G) = 5$   
 b) conjuntos independientes maximales  $\{a, c, e, g, i\}, \{b, d, f, h\} \Rightarrow \beta(G) = 5$   
 c) conjuntos independientes maximales  $\{a, c, e, f, h, j\}, \{b, d, g, i, k\} \Rightarrow \beta(G) = 6$
- 15) En una empresa química se fabrican 8 productos:  $a, b, c, d, e, f, g$  y  $h$ . Algunos de esos productos reaccionan violentamente al mezclarse con otros por lo que es obligatorio almacenarlos en diferentes contenedores. Si la tabla adjunta informa de las sustancias cuya mezcla es potencialmente peligrosa, ¿cuál es el mínimo número de contenedores que se necesitan?

	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	$h$
$b$	✓		✓	✓	✓			
$c$				✓	✓	✓	✓	
$d$					✓	✓		
$e$						✓	✓	✓
$f$							✓	✓
$g$								✓

**Solución:**

El grafo de vértices  $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  contiene como subgrafo a  $K_4 = \{c, e, f, g\}$ , entonces el mínimo número de contenedores que se necesitan es el  $\chi(K_4) = 4$ .